

“TEST DE POSITIONNEMENT”

Durée : 2h

Calculatrices non autorisées

- (1) Mettre $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$ sous forme d'une fraction réduite.
- (2) Simplifier $\frac{9^{31}}{3^{60}}$.
- (3) Écrire $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ sans racines au dénominateur.
- (4) Trouver deux nombres a et b tels qu'on ait $\frac{x+5}{x^2-4} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ différent de 2 et -2 .
- (5) Montrer que la somme de deux nombres impairs est un nombre pair.
- (6) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $(\cos x + \sin x + 1)(\cos x + \sin x - 1) = \sin(2x)$.
- (7) Tracer les droites d'équation $3x+2y = 6$ et $2x-y = 2$ dans un même repère orthonormé, et calculer les coordonnées de leur point d'intersection
- (8) Résoudre l'équation $x^2 + x - 3 = 0$.
- (9) Mettre $z = 1 + i\sqrt{3}$ sous la forme $re^{i\theta}$.
- (10) Tracer le graphe de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = |x - 1| + |x - 2|$.
- (11) Déterminer les domaines de définition des fonctions $f(x) = \ln(x+3)$ et $g(x) = \frac{1}{x^2 - 5}$.
- (12) Quelle est la limite de $(3x^{45} + 56)e^{-x}$ quand x tend vers $+\infty$?
- (13) Déterminer la limite de $\frac{x^3 + x^2 + 1}{2x^3 - x - 6}$ quand x tend vers $+\infty$.

- (14) Calculer les dérivées des fonctions f , g et h définies par $f(x) = e^x + \ln(x)$, $g(x) = x^5 \cos(x)$ et $h(x) = \sin(3x)$.
- (15) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable, et soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Écrire l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse x_0 .
- (16) Étudier les variations de la fonction $x \mapsto \sin x - x$ et en déduire que pour tout $x \geq 0$, on a $\sin x \leq x$.
- (17) Étudier la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = e^{-x^2}$.
- (18) Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y'(x) = 5y(x)$?
- (19) Calculer l'intégrale $\int_0^1 (1 - x + x^3) dx$.
- (20) On munit le plan d'un repère orthonormé. Calculer la distance entre les points A et B de coordonnées respectives $(2, 2)$ et $(3, 4)$. (*Ne pas faire de figure sur la copie*).
- (21) On munit le plan d'un repère orthonormé, et on note A , B et C les points de coordonnées respectives $(1, 2)$, $(-1, 1)$ et $(2, 5)$. Déterminer l'équation de la droite passant par C et perpendiculaire à (AB) . (*Ne pas faire de figure sur la copie*).
- (22) Si on multiplie par 2 les dimensions d'une boîte cubique, par combien multiplie-t-on son volume? (*Justifier*).
- (23) Soit $a \geq 0$. Montrer par récurrence qu'on a $(1 + a)^n \geq 1 + na$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- (24) Montrer qu'on a $1 \leq 2\sqrt{x} - 1 \leq x$ pour tout $x \geq 1$. En déduire que la suite définie par $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} - 1$ est convergente, puis déterminer sa limite.
- (25) En lançant 3 dés, quelle est la probabilité d'obtenir 3 chiffres qui se suivent? (*Justifier*).