

“TEST DE POSITIONNEMENT”

Durée : 2h

Calculatrices non autorisées

- (1) Mettre $\frac{3}{10} - \frac{2}{15}$ sous forme d'une fraction réduite.
- (2) Calculer $\frac{4^{23}}{2^{43}}$.
- (3) Écrire $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ sans racines au dénominateur.
- (4) Trouver deux nombres a et b tels qu'on ait $\frac{x+2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ différent de 1 et -1 .
- (5) Soient x et y deux nombres réels. Sachant que $2 \leq x \leq 2,1$ et $4,8 \leq y \leq 5$, quel encadrement peut-on en déduire pour $y - x$?
- (6) Montrer que pour tout $x \in]-\pi/2, \pi/2[$, on a $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.
- (7) Résoudre le système d'équations $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = 2 \end{cases}$
- (8) Résoudre l'équation $x^2 + 3x + 1 = 0$.
- (9) Mettre $z = \sqrt{3} - i$ sous la forme $re^{i\theta}$.
- (10) Que peut-on dire d'une suite croissante majorée?
- (11) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombre réels positifs, avec $u_0 = 1$. On suppose qu'on a $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer par récurrence qu'on a $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis déterminer la limite de la suite (u_n) .
- (12) Déterminer les domaines de définition des fonctions f et g définie par $f(x) = \ln(x+1)$ et $g(x) = \frac{1}{x^2-9}$.
- (13) Quelle est la limite de $\frac{e^x}{x^{35}}$ quand x tend vers $+\infty$?

- (14) Déterminer la limite de $\frac{x^3 + x^2 + 1}{2x^3 - x - 6}$ quand x tend vers $+\infty$.
- (15) Calculer les dérivées des fonctions f , g et h définies par $f(x) = e^x + \ln(x)$, $g(x) = x^3 \sin(x)$ et $h(x) = \cos(x^2)$.
- (16) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$. Déterminer l'équation de la tangente au graphe de f au point de coordonnées $(1, 2)$. (*Ne pas faire de figure sur la copie*).
- (17) Étudier les variations de la fonction $x \mapsto e^x - 1 - x$ et en déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $e^x \geq 1 + x$.
- (18) Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y'(x) = 2y(x)$?
- (19) Calculer l'intégrale $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$.
- (20) On munit le plan d'un repère orthonormé. Calculer la distance entre les points A et B de coordonnées respectives $(1, 3)$ et $(2, 5)$. (*Ne pas faire de figure sur la copie*).
- (21) On munit l'espace d'un repère orthonormé. Soient A , B et C les points de coordonnées respectives $(1, 2, 3)$, $(4, 3, 1)$ et $(3, 6, 8)$. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} , puis montrer que les droites (AB) et (AC) sont orthogonales. (*Ne pas faire de figure sur la copie*).
- (22) Si on multiplie par 3 les dimensions d'un rectangle, par quoi multiplie-t-on son aire?
- (23) Soit n un entier positif. Calculer la somme $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$.
- (24) Le prix d'un produit augmente de 10% chaque année. Au bout de 2 ans, ce prix a-t-il augmenté de moins de 20%, plus de 20% ou exactement 20%? (*Justifier*).
- (25) En lançant 3 dés, a-t-on plus de chances d'obtenir 3 chiffres différents ou plus de chances d'obtenir au moins 2 chiffres identiques? (*Justifier*).